

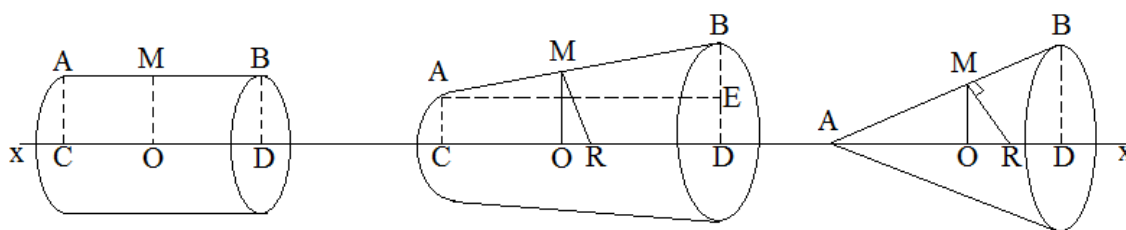
СФЕРА ЮЗИНИ ҲИСОБЛАШНИНГ БИР УСУЛИ ҲАҚИДА

Усмонов Хасанбой
Қўқон университети талабаси,
Тоштемиров Баходиржон
Қўқон университети "Рақамли технологиялар
ва математика" кафедраси в.б. доценти

Анотатция: Маълумки, сфера юзасини ҳисоблашнинг шу кунгача жуда кўплаб усуллари топилган. Ушбу тезисда мен шу каби ишлардан бири бўлиб, унда интеграл ҳисоблашларни қўлламаган ҳолда натижага эришилган. Натижалар теорема шаклида келтирилган ва исботланган.

Калит созлари: Сфера юзи, учбурчак ўхшашлиги, теорема исботи.

1-теорема. a тўғри чизиқни бирор ўқ атрофида айлантирилганда ҳосил бўлган соха юзаси шу тўғри чизиқни ўқдаги проекцияси узунлигини радиуси ўқдан тўғри чизиқ ўртасига туширилган перпендикуляр узунлигига тенг айлананинг узунлигига кўпайтмасига тенг.



Исбот: x ўқ ва AB кесма берилган. M нуқта AB кесманинг ўртаси, CD эса AB кесманинг x ўқдаги проекцияси, MO кесма x га перпендикуляр, MR ҳам AB га перпендикуляр, S эса AB кесманинг x ўқ атрофида айланишидан ҳосил соха юзаси $S = CD \cdot 2\pi MR$ эканлигини исботлаймиз.

1) AB кесмани x ўқга параллел бўлган холи:

$CD = AB$, $MR = MO$ ва S тўғри цилиндрнинг ён сирти бўлади $S = MO \cdot 2\pi \cdot MO$

2) AB кесма x га параллел бўлмаган хол (x ни кесмайди): S соха кесик конус ён сирти бўлсин. x га параллел AE ни ўтказамиз. $\triangle AEB$ учбурчак $\triangle MOR$ га ўхшашдир. У ҳолда $MO : AE = MR : AB$ бўлади ёки $AB \cdot MO = AE \cdot MR$ ёки $AB \cdot MO = CD \cdot MR$ ўринли. 1-теоремага кўра кесик конус ён сирти $S = CD \cdot 2\pi \cdot MR$ га тенг бўлади. Бунинг тўғри эканлигин кесик конуснинг ён сирти учун тўғри $S = \pi(R + r)l$ формула билан таққослаш кифоядир.

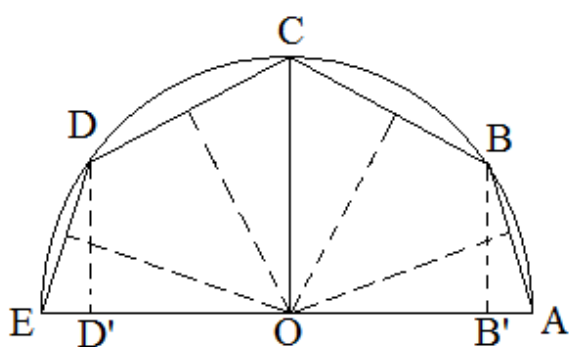
3) Агар A нуқта x да ётса, у ҳолда $AE = CD = AD$ бўлади. Теоремага асосан конус ён сирти $S = CD \cdot 2\pi MR$ бўлади. Чунки, $\triangle ABD$ ўхшаш $\triangle MOR$ га $\frac{AB}{MR} = \frac{AD}{MO}$

тенглик ўринли ёки $AD \cdot MR = MO \cdot AB$. Бунда MO кесма $\triangle ABD$ учбурчак учун ўрта чизиқ эканлигидан $S = CD \cdot 2\pi MR$ келиб чиқади. Бу эса 1-теорема билан мос тушади. 1-теорема исбот бўлди.

2-теорема. Сфера сиртининг юзаси унинг диаметрини ундаги катта айлана узунлигига кўпайтмасига тенг $S = 2\pi R d$.

Исбот. Фараз қилайлик бизга $ABCDE$ ярим айланани унинг AE диаметри атрофида айлантирилишидан ҳосил бўлган сфера берилган бўлсин. Бунда S – сферанинг юзаси, R – сфера радиуси, d – сфера диаметри $S = 2\pi R d$ эканини исботлаймиз.

Ярим айланага $ABCDE$ мунтазам кўпбурчак ички чизайлик. Сўнгра, O марказидан AB , BC , CD , DE ватарларга перпендикуляр туширамиз. Буперпендикулярлар ватарларни тенг иккига бўлади. Хар бир перпендикулярлар узунлигини l дейлик.



AE га B , C ва D нуқталардан перпендикулярлар туширамиз. Кейин AB ни AE ўқ атрофида айланишидан ҳосил бўлган соха юзаси 1-теоремага асосан

$$AB = AB' \cdot 2\pi l$$

Худди шунингдек, $BC = BC' \cdot 2\pi l$ ва шу жараёни қолган кесмалар учун давом эттирсак,

$ABCDE$ кўпбурчак юзаси

$S' = AE \cdot 2\pi l = 2\pi l d$ эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. Агар кўпбурчак бурчаклари сони чексиз кўп деб ҳисобласак, яъни $l \rightarrow R$ бўлса, у ҳолда $S' \rightarrow S$ эканлиги келиб чиқади. Бундан эса $S = 2\pi R d$ бўлади. 2-теорема исбот бўлди.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. John Casey, ESQ., LL.D., F.R.S., Fellow of the Royal university of Ireland. Treatise on spherical trigonometry and its application to Geodesy and Astronomy with numerous example. LONDON: LONGMANS, GREEN & CO. 1889.
2. <https://byjus.com/maths/surface-area-of-a-sphere/>
3. https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/topics/surface-area-of-a-sphere
4. <https://math.hmc.edu/funfacts/surface-area-of-a-sphere/>